Fiche de TD n° 12

Travaux pratiques en R

Méthode de Monte Carlo et réduction de variance

1° - Rappel du problème

On cherche à examiner la dépendance en le paramètre a de la quantité :

$$C_U(a) = E\left(\frac{1}{M}\right), avec\ M_U = \frac{1}{23}\sum_{i=1}^{23} U_i \tag{1}$$

Ici, les v.a. U_i sont supposées indépendantes et de loi uniforme sur [1-a,2+a] (avec 0<a<1).

En posant $V_i = 3 - U_i$, on définit une variable M_V qui a même loi que M_U et est anticorrélée avec M_U. Cela permet d'obtenir une autre v.a. de même espérance que $1/M_U$, la v.a. $\frac{1/M_U+1/M_V}{2}$.

2° - Mise en oeuvre On considère ici les deux méthodes de Monte Carlo suivantes, qui visent à estimer $C_U(a)$:

1. Celle basée sur la répétition de N réalisations de la v.a. $1/M_U$.
2. Celle basée sur la répétition de N réalisations de la v.a. $\frac{1/M_U+1/M_V}{2}$.

Comparer soigneusement ces deux méthodes pour diverses valeurs de a (bien étudier leurs performances en fonction du nombre N de simulations).

Représenter enfin, aussi fidèlement que possible, la fonction $a \longmapsto C_U(a)$, pour $0 < a < 1$.