

Fiche de TD n° 8

Vecteurs aléatoires

1° - Contrôles routiers

Vous circulez sur une route nationale, limitée à 90 km/h, et vous passez devant un radar automatique. On suppose que votre vitesse à cet instant, notée V , suit une loi uniforme entre 85 et 100. L'erreur de mesure, notée M , est supposée suivre une loi exponentielle $\mathcal{E}(\lambda)$ d'espérance 5 km/h.

1. Déterminer la probabilité que vous soyez en infraction, ainsi que le paramètre λ .
2. Déterminer la probabilité que vous soyez accusé à tort d'être en infraction (on pourra représenter graphiquement la partie $\{(v, m), v + m > a \text{ et } v \leq b\}$ pour a et b bien choisis).

2° - Spams et filtres On observe un serveur de messagerie pendant une journée et on note N le nombre de spams reçus. On suppose que N suit une loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$:

$$P(N = n) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}, \forall n \geq 0$$

Le filtre à spams a une probabilité p de détecter un spam.

1. On suppose que $N=n$ est fixé. Quelle est la loi du nombre S de spams détectés? Quelle est son espérance? Sa variance?
2. Quelle est la loi du nombre de spams?
3. On suppose que l'on détecte $S=s$ spams au cours de la journée. Quelle est la loi du nombre de messages reçus? Quelle est son espérance?